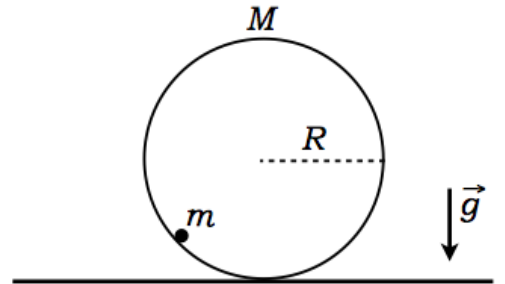


Κλασική Μηχανική Εξέταση Φεβρουάριος 2015

ΟΔΗΓΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: Η διάρκεια της εξέτασης είναι **2 ώρες**. Τα θέματα θα τα παραδώσετε μαζί με το γραπτό σας. Όταν παραδώσετε το γραπτό σας πρέπει να δείξετε και την ταυτότητά σας. ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

Θέμα 1^ο (5 μονάδες):

Λεπτός κυκλικός δακτύλιος ακτίνας **R** και μάζας **M** (κατανομημένη ομοιόμορφα κατά μήκος της περιφέρειας) είναι ελεύθερος να κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει σε επίπεδη επιφάνεια. Υλικό σημείο μάζας **m** είναι περιορισμένο να κινείται εφαπτόμενο της εσωτερικής περιφέρειας του δακτυλίου χωρίς τριβή. Το σύστημα βρίσκεται σε ομογενές πεδίο βαρύτητας **g**.



α) Γράψτε την Λανγκραντζιανή του συστήματος. (2)

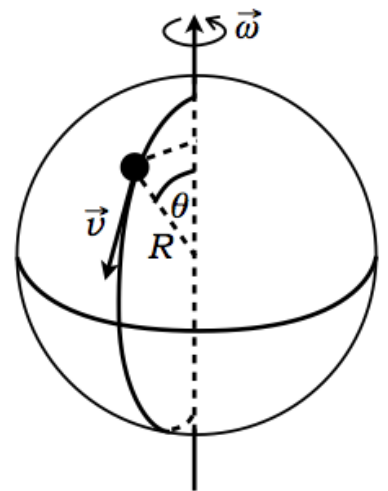
β) Βρείτε τις εξισώσεις κίνησης του συστήματος. (1)

γ) Βρείτε όλα τα πιθανά σημεία ισορροπίας και χαρακτηρίστε τα ως ευσταθή ή ασταθή. (1)

δ) Βρείτε την συχνότητα των μικρών ταλαντώσεων γύρω από τα πιθανά σημεία ευσταθούς ισορροπίας. Σχολιάστε το αποτέλεσμα στο όριο **M >> m**. (1)

Θέμα 2^ο (5 μονάδες):

Συμπαγής σφαίρα μάζας **M** και ακτίνας **R** περιστρέφεται ελεύθερα γύρω από σταθερό άξονα με γωνιακή ταχύτητα **$\omega = \omega(t)$** . Υλικό σημείο μάζας **m**, βρίσκεται αρχικά στον ένα πόλο και είναι περιορισμένο να κινείται με σταθερή ταχύτητα **v** επάνω στην επιφάνεια της σφαίρας κατά μήκος ενός μέγιστου κύκλου σταθερού γεωγραφικού μήκους.



α) Κατά την κίνηση του υλικού σημείου από τον ένα πόλο στον άλλο, η γωνιακή ταχύτητα αλλάζει. Εξηγήστε με ποιον τρόπο και γιατί. (1)

β) Δείξτε ότι η γωνία κατά την οποία η περιστροφή της σφαίρας έχει μείνει πίσω λόγω της κίνησης του υλικού σημείου από τον ένα πόλο στον άλλο είναι:

$$\Delta\alpha = \omega_0 T \left(1 - \sqrt{\frac{2M}{2M+5m}} \right),$$

όπου **T** είναι ο χρόνος που απαιτείται για να μετακινηθεί το υλικό σημείο από τον ένα πόλο στον άλλο και **ω_0** είναι η αρχική γωνιακή ταχύτητα της σφαίρας πριν το υλικό σημείο να αρχίσει να κινείται. (4)