

Κλασική Μηχανική Εξέταση Σεπτεμβρίου 2015

ΟΔΗΓΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ:

Η διάρκεια της εξέτασης είναι 3 ώρες. Τα θέματα θα τα παραδώσετε μαζί με το γραπτό σας. Όταν παραδώσετε το γραπτό σας πρέπει να δείξετε και την ταυτότητά σας. ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

Θέμα 1° (2.5 μονάδες):

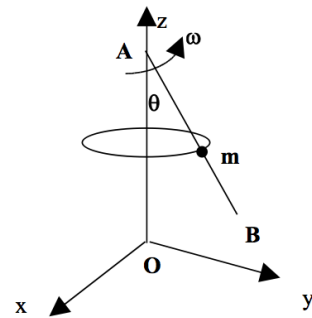
Ενας δορυφόρος μάζας m_s βρίσκεται σε ελλειπτική τροχιά γύρω από πλανήτη μάζας m_p , ο οποίος βρίσκεται στην μία από τις εστίες της έλλειψης. Ο δορυφόρος έχει ταχύτητα v_a στο σημείο μέγιστης απόστασης από τον πλανήτη r_a .

- Ποιο είναι το μέγεθος της ταχύτητας του δορυφόρου v_p όταν βρίσκεται στην ελάχιστη απόσταση από τον πλανήτη; **(1.5)**
- Πόση είναι η ελάχιστη απόσταση από τον πλανήτη r_p ; **(0.5)**
- Αν ο δορυφόρος ήταν σε κυκλική τροχιά γύρω από τον πλανήτη με ακτίνα ίση με r_p η ταχύτητά του θα ήταν μεγαλύτερη, μικρότερη ή ίση με την ταχύτητα v_p ; **(0.5)**

Θέμα 2° (2.5 μονάδες):

Χάντρα μάζας m κινείται κατά μήκος σύρματος AB χωρίς τριβή. Το σύρμα είναι κολλημένο στο σημείο A πάνω στον άξονα z, σχηματίζει σταθερή γωνία θ με τον άξονα z ενώ περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω γύρω απ' αυτόν.

- Γράψτε την Λαγκρανζιανή της χάντρας και την εξίσωση κίνησης. **(1.5)**
- Γράψτε την γενική λύση της εξίσωσης κίνησης. **(1)**



Θέμα 3° (2.5 μονάδες):

Χάντρα μάζας m κινείται υπό την επίδραση της βαρύτητας κατά μήκος ελικοειδούς σύρματος (σε κυλινδρικές συντεταγμένες: $z=k\theta$, $r=\text{σταθ.}$ όπου k μια σταθερά).

- Γράψτε την Λαγκρανζιανή της χάντρας. **(1.5)**
- Γράψτε την Χαμιλτονιανή της χάντρας και τις κανονικές εξισώσεις. **(1)**

Θέμα 4° (2.5 μονάδες):

Λεπτή ομογενής ράβδος μάζας M και μήκους $AB=L$ βρίσκεται σε οριζόντιο επίπεδο ευθυγραμμισμένη με τον άξονα y, όπως φαίνεται στο σχήμα. Σώμα μάζας m κινούμενο κατά την διεύθυνση x με ταχύτητα v συγκρούεται με την ράβδο σε ένα σημείο C.

- Υπολογίστε την ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της. **(1)**
- Βρείτε την απόσταση του σημείου C από το σημείο A ώστε αμέσως μετά την σύγκρουση η ράβδος να έχει στιγμιαίο άξονα περιστροφής το σημείο A (να κάνει δηλαδή στιγμιαία στροφή γύρω από το σημείο A). **(1.5)**

