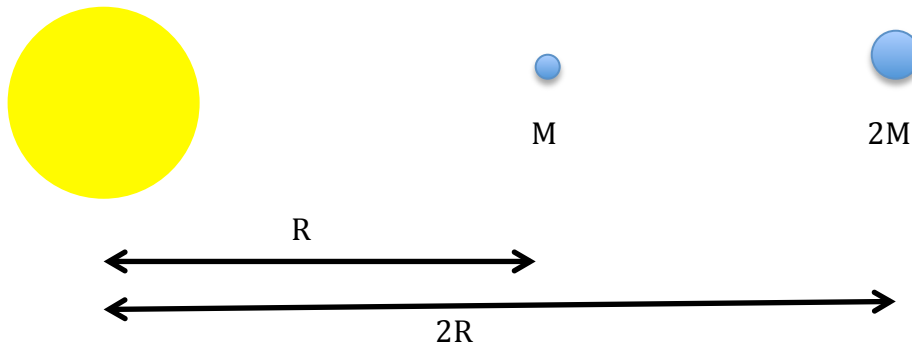


Κλασική Μηχανική Εξέταση Σεπτέμβριος 2016

ΟΔΗΓΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: Η διάρκεια της εξέτασης είναι **3 ώρες**. Τα θέματα θα τα παραδώσετε μαζί με το γραπτό σας. Όταν παραδώσετε το γραπτό σας πρέπει να δείξετε και την ταυτότητά σας.
ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

Θέμα 1° (2.5 μονάδες):

α) [0.5] Δύο πλανήτες μάζας M και $2M$ έχουν κυκλικές τροχιές γύρω από αστέρι μάζας $M_{\text{στ}} \gg M$ με ακτίνες R και $2R$ αντίστοιχα. Ποιος πλανήτης έχει την μεγαλύτερη ταχύτητα και ποιος την μεγαλύτερη στροφορμή;



β) [0.5] Το θεώρημα Chasles' λέει ότι:

- 1) Κάθε δύναμη έχει μια ίση και αντίθετη δύναμη αντίδρασης
- 2) Οι τροχιές των πλανητών έχουν σχήμα έλλειψης.
- 3) Κάθε κίνηση μπορεί να αναλυθεί σε μια παράλληλη μετατόπιση και μια στροφή.
- 4) Η μάζα αδράνειας ισούται με την βαρυτική μάζα.

δ) [0.5] Ποιοι από τους παρακάτω δεσμούς είναι ολόνομοι;

- 1) $x^2 + y^2 = 32$
- 2) $x > 2$
- 3) $x^2 + y^2 + 3t = 0$
- 4) $x^3 + 4t + 2v_x = 0$

ε) [1] Τρύπα στον ισημερινό διαπερνά την Γη περνώντας από το κέντρο της (για τις ανάγκες του προβλήματος να θεωρήσετε ότι η Γη είναι σφαιρική, συμπαγής και περιστρέφεται γύρω από τον άξονά της, εκτελώντας μια πλήρη περιστροφή κάθε 24 ώρες). Μπάλα κανονιού αφήνεται να πέσει μέσα στην τρύπα. Τι θα συμβεί στην μπάλα;

- 1) Θα περάσει και θα φτάσει στην άλλη άκρη
- 2) Θα χτυπήσει στο βόρειο τοίχωμα της τρύπας.
- 3) Θα χτυπήσει στο νότιο τοίχωμα της τρύπας.
- 4) Θα χτυπήσει στο ανατολικό τοίχωμα της τρύπας.
- 5) Θα χτυπήσει στο δυτικό τοίχωμα της τρύπας.

Θέμα 2° (3 μονάδες):

Σώμα μάζας m κινείται σε κυκλική τροχιά ακτίνας R υπό την επίδραση κεντρικής δύναμης

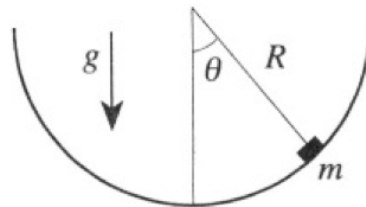
$$F = -\frac{K}{r^2} e^{-r/\alpha}$$

όπου K , α θετικές σταθερές.

- Βρείτε την κατάλληλη συνθήκη για τη σταθερά α ώστε η κυκλική τροχιά να είναι ευσταθής
- Υπολογίστε τη συχνότητα των μικρών ακτινικών ταλαντώσεων γύρω από την κυκλική αυτή τροχιά.

Θέμα 3° (2.5 μονάδες):

Μικρό σώμα (θεωρείστε το σημειακό) μάζας m γλιστρά χωρίς τριβή στα τοιχώματα μιας ημισφαιρικής σουπιέρας, ακτίνας R , η οποία έχει τον άξονά της παράλληλο με το βαρυτικό πεδίο g . Να χρησιμοποιήσετε την πολική γωνία θ και την αζιμουθιακή γωνία φ για να περιγράψετε τη θέση του σώματος.



- Να γράψετε την Λανγκραντζιανή για την κίνηση του σώματος.
- Να βρείτε τα ολοκληρώματα της κίνησης.
- Να γράψετε τις εξισώσεις κίνησης του σώματος.

Θέμα 4° (2 μονάδες):

Κύλινδρος ακτίνας R κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει σε κεκλιμένο επίπεδο με γωνία κλίσης φ . Αν η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα συμμετρίας του είναι I να βρείτε την εξίσωση κίνησης του κέντρου μάζας του. Να υπολογίσετε την κάθετη και εφαπτομενική αντίδραση στον κύλινδρο στο σημείο επαφής του με το κεκλιμένο επίπεδο.