

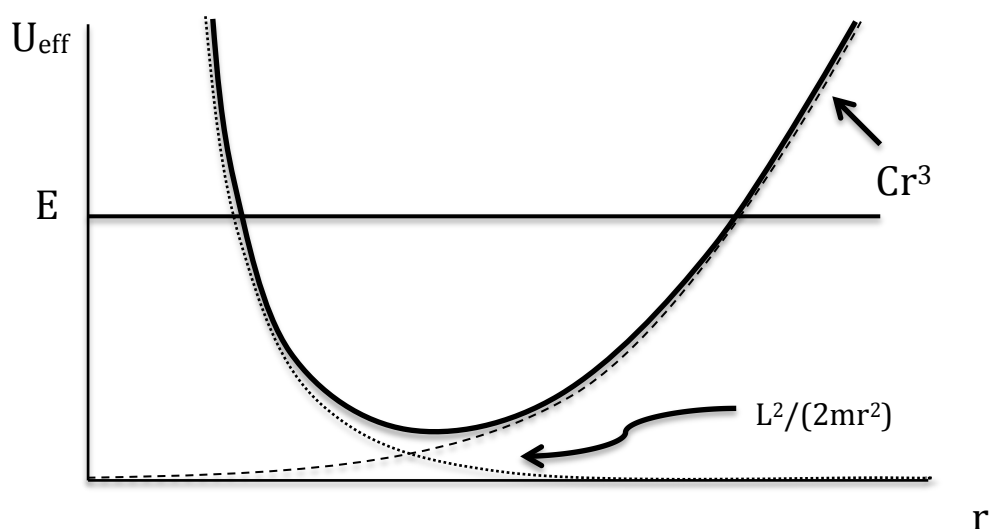
Κλασική Μηχανική

Πρόοδος 2014

1. Η ενεργός δυναμική ενέργεια που αντιστοιχεί σε ακτινική κίνηση σημειακής μάζας m εντός πεδίου κεντρικής δύναμης είναι:

$$U_{eff}(r) = \frac{L^2}{2mr^2} + Cr^3,$$

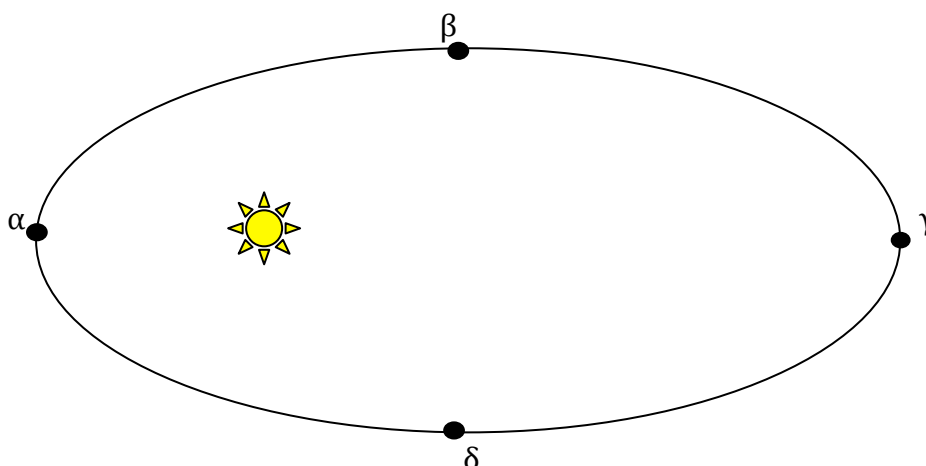
όπου L η στροφορμή και C μια θετική σταθερά.



- (1 μονάδα) α) Βρείτε την δύναμη που ασκείται στο σώμα. Είναι ελκτική ή απωστική;
- (1 μονάδα) β) Ποια είναι η ακτίνα της κυκλικής κίνησης που μπορεί να κάνει το σώμα σε αυτό το πεδίο δύναμης;
- (1 μονάδα) γ) Ποια είναι η ενέργεια που αντιστοιχεί σε κυκλική κίνηση;
- (1 μονάδα) δ) Ποια η συχνότητα των μικρών ακτινικών ταλαντώσεων αν διαταράξουμε ελαφρά την κυκλική τροχιά του σώματος;
- (2 μονάδες) ε) Αν το σώμα έχει ενέργεια E όπως φαίνεται στο σχήμα είναι η κίνηση περιορισμένη; Αν ναι, να σχεδιάσετε στο σχήμα τα όρια της κίνησης (r_{\min} ,

r_{\max}) και να γράψετε την κινητική ενέργεια του σώματος στα σημεία αυτά (συναρτήσει των r_{\min} , r_{\max}).

2. Ένας αστεροειδής πολύ μικρής μάζας m εκτελεί ελλειπτική τροχιά γύρω από άστρο μεγάλης μάζας M όπως φαίνεται στο σχήμα. Τέσσερα σημεία της τροχιάς (α , β , γ , δ) φαίνονται στο σχήμα. Ποιές απο τις παρακάτω δηλώσεις είναι σωστές και ποιές λάθος; **Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας!** (r_x , v_x , E_x , L_x είναι η θέση, η ταχύτητα, η ενέργεια και η στροφορμή αντίστοιχα στο σημείο x).



(1 μονάδα) 1) $E_\gamma < 0$

(1 μονάδα) 2) $|L_\gamma| > |L_\alpha|$

(1 μονάδα) 3) $E_\alpha > E_\gamma$

(1 μονάδα) 4) $|L_\beta| = m r_\beta v_\beta$

(1 μονάδα) 5) $v_\gamma < v_\alpha$

(1 μονάδα) 6) $v_\gamma < v_\beta$

(1 μονάδα) 7) εκκεντρότητα $\epsilon > 1$

3. Ένα ποτάμι πλάτους 1000m σε γεωγραφικό πλάτος 40° στο βόρειο ημισφαίριο ρέει από τον βορρά προς τον νότο με ταχύτητα 3m/sec.
- (2 μονάδες) α) Η ελεύθερη επιφάνεια ενός υγρού είναι πάντα κάθετη στην συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται το υγρό. Αφού το ποτάμι ρέει, εκτός από την βαρύτητα δέχεται και δύναμη Coriolis. Να σχεδιάσετε την διατομή του ποταμού με όλες τις δυνάμεις στην ελεύθερη επιφάνεια.
- (5 μονάδες) β) Πόσο ψηλότερη είναι η στάθμη του νερού στην δυτική πλευρά από ότι στην ανατολική; (Η γωνιακή ταχύτητα της Γης είναι $\omega = 7.27 \times 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g=9.81 \text{ m sec}^{-2}$.)