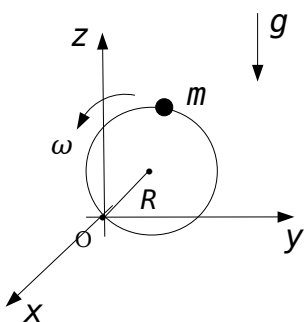


ΕΞΕΤΑΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ ΚΜ-Ι ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2012

ΟΔΗΓΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: Δεν επιτρέπεται να βγείτε εκτός αμφιθεάτρου τις πρώτες 2 ώρες της εξέτασης εκτός αν θέλετε να παραδώσετε το γραπτό σας. Τα θέματα θα τα παραδώσετε μαζί με το γραπτό σας (θα αναρτηθούν στο διαδίκτυο σε λίγες μέρες). Η διάρκεια της εξέτασης είναι 3 ώρες. Όταν παραδώσετε το γραπτό σας πρέπει να δείξετε και την ταυτότητά σας. **ΔΙΑΒΑΣΤΕ ΠΡΟΣΕΚΤΙΚΑ ΤΗΝ ΕΚΦΩΝΗΣΗ ΤΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ.** ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ, Ι. ΠΑΠΑΔΑΚΗΣ.

1ο Θέμα: (Η άσκηση αυτή σχετίζεται με το πρόβλημα των δύο σωμάτων που μελετήσαμε στο μάθημα). Δυο σωμάτια με μάζες m_1 και m_2 προσαρτώνται στα άκρα ελαφρού ελατηρίου. Το φυσικό μήκος του ελατηρίου είναι l και η τάση του είναι k φορές την επέκτασή του. Αρχικά τα σωμάτια ηρεμούν, με την μάζα m_1 να βρίσκεται σε ύψος l πάνω από το m_2 . Θεωρείστε κατακόρυφο άξονα Oz που ταυτίζεται με το ελατήριο. Έστω z_1 και z_2 η θέση των δύο σωμάτων. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το m_1 βάλλεται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα u_0 . Βρείτε τις θέσεις των σωμάτων σε κάθε χρονική στιγμή, δηλαδή υπολογίστε τα $z_1(t)$ και $z_2(t)$, με αρχικές συνθήκες: $z_1(0)=l$ και $z_2(0)=0$. (Υποθέτουμε ότι η ταχύτητα u_0 δεν είναι τόσο μεγάλη ώστε το ελατήριο να παραμορφωθεί μόνιμα ή να σπάσει και ότι το ελατήριο κινείται κατακόρυφα, δηλαδή έχουμε κίνηση μόνο στον άξονα Oz . Επίσης, θεωρείστε σταθερό βαρυτικό πεδίο με επιτάχυνση της βαρύτητας ίση με g .) **(2.5)**

2ο Θέμα:



Χάνδρα μάζας m μπορεί και κινείται ελεύθερα πάνω σ' ένα αβαρές, κυκλικό σύρμα ακτίνας R . Το σύρμα περιστρέφεται στο επίπεδο Oyz , γύρω από τον άξονα Ox με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω . **α)** Δείξτε ότι η θέση της χάνδρας μπορεί να καθοριστεί μόνο από μία γενικευμένη συνταταγμένη **(0.5)**, **β)** βρείτε τη Λαγκραζιανή της χάνδρας **(1.0)** και **γ)** την εξίσωση κίνησής της **(1.0)**. (Θεωρείστε σταθερό πεδίο βαρύτητας με επιτάχυνση βαρύτητας g).

$$\text{Δίνεται: } \cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$$

3ο Θέμα: Υπολογίστε το τετράγωνο της ταχύτητας u ενός σωματίου μάζας m που κινείται σε ένα πεδίο δύναμης αντιστρόφου τετραγώνου $-k/r^2, k>0$, ως συνάρτηση των k, m, r και a , όπου $a=|k|/2|E|$ (E είναι η ενέργεια του σωματίου) **(2.5)**.

4ο Θέμα: Μάζα m είναι συνδεδεμένη σε ελατήριο και κινείται με εξίσωση κίνησης $\ddot{x} + 2\dot{x} = 4\sin(\omega t)$, όπου $\omega > 0$ και x η απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας. Βρείτε την $x(t)$ (δίνονται: $u(t=0)=0, x(t=0)=0$). **(2.5)**