

ΕΞΕΤΑΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ ΚΜ-Ι ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2011

ΟΔΗΓΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: Δεν επιτρέπεται να βγείτε εκτός αμφιθεάτρου τις πρώτες 2 ώρες της εξέτασης εκτός αν θέλετε να παραδώσετε το γραπτό σας. Τα θέματα μπορείτε να τα πάρετε μετά τις 2 πρώτες ώρες της εξέτασης. Η διάρκεια της εξέτασης είναι 3 ώρες. Όταν παραδώσετε το γραπτό σας πρέπει να δείξετε και την ταυτότητά σας. **ΔΙΑΒΑΣΤΕ ΠΡΟΣΕΚΤΙΚΑ ΤΗΝ ΕΚΦΩΝΗΣΗ ΤΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ.** ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ, Ι. ΠΑΠΑΔΑΚΗΣ.

1° Θέμα: Μάζα m είναι συνδεδεμένη σε ελατήριο και κινείται με εξίσωση κίνησης $\ddot{x} + 4x = 8\sin(\omega t)$, όπου $\omega > 0$ και x η απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας. Βρείτε την $x(t)$ (δίνεται ότι $u(t=0)=0$, $x(t=0)=0$) **(1)**. Τι συμβαίνει όταν $\omega=2$; Βρείτε την $x(t)$ ξανά **(1)** και εξήγηση **(0.5)**.

2° Θέμα: Η δύναμη αλληλεπίδρασης μεταξύ ενός ατόμου και ενός ιόντου, όταν βρίσκονται σε μεγάλη απόσταση, είναι: $\vec{F} = -\frac{\lambda}{r^5} \hat{r}$, όπου: $\lambda = 2e^2 P_a^2$ (e και P_a είναι το φορτίο του ιόντος και η πολωσιμότητα του ατόμου). Να δοθεί η γραφική παράσταση της ενεργούς δυναμικής ενέργειας **(1)**. Έστω ιόν μάζας m που έρχεται από το άπειρο με ταχύτητα u_0 και παράμετρο κρούσης b . Να βρεθεί η μέγιστη τιμή του b (συναρτήσει των m , u_0 και λ) ώστε το ιόν να συγκρουσθεί με το άτομο **(1.5)**.

3° Θέμα: Μία σφαίρα κυλιεται ελεύθερα, χωρίς τριβή, σε οριζόντιο επίπεδο στην επιφάνεια της Γης. Δεχθείτε ότι στη σφαίρα ασκείται μόνο η δύναμη Coriolis και ότι έχετε κίνηση μόνο στο οριζόντιο επίπεδο (δηλαδή $z(t)$ και $\dot{z}(t)$ είναι μηδέν). Λύστε την εξίσωση κίνησης, βρείτε τα $x(t)$ και $y(t)$ και δείξτε ότι $[x(t)-A]^2 + y(t)^2 = B^2$, όπου A και B σταθερές. Δηλαδή, δείξτε ότι το σώμα θα διαγράψει περιφέρεια κύκλου (ΔΕΝ θα κινηθεί σε ευθεία!) **(2)**. Δείξτε ότι το μέτρο της ταχύτητας του σώματος θα είναι σταθερό και ότι η ακτίνα της τροχιάς θα δίνεται από τη σχέση $r = v/(2\omega \sin\lambda)$, όπου, λ το γεωγραφικό πλάτος του τόπου και ω η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της Γης **(0.5)**.

4° Θέμα: Έστω ράβδος αβαρής στα άκρα της οποίας υπάρχουν δύο μικροσκοπικές σφαίρες μάζας m_1 και m_2 . Πετάμε τη ράβδο στον αέρα (η αντίσταση του αέρα είναι μηδαμινή) και αυτή κινείται μόνο με την επίδραση της βαρύτητας πάνω στο ίδιο επίπεδο συνεχώς (η ράβδος αρχικά δεν περιστρεφόταν γύρω από τον εαυτό της). Χρησιμοποιήστε το φορμαλισμό Lagrange (υποχρεωτικά) για να βρείτε τις εξισώσεις κίνησης της ράβδου **(1.5)**. Περιγράψτε με λόγια την κίνηση της ράβδου στη γενική περίπτωση **(1.0)**.