

ΕΞΕΤΑΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ ΚΜ-Ι ΙΟΥΝΙΟΥ 2013

ΟΔΗΓΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: Δεν επιτρέπεται να βγείτε εκτός αμφιθεάτρου τις πρώτες 2 ώρες της εξέτασης εκτός αν θέλετε να παραδώσετε το γραπτό σας. Τα θέματα θα τα παραδώσετε μαζί με το γραπτό σας (θα αναρτηθούν στο διαδίκτυο σε λίγες μέρες). Η διάρκεια της εξέτασης είναι 3 ώρες. Όταν παραδώσετε το γραπτό σας πρέπει να δείξετε και την ταυτότητά σας. **ΔΙΑΒΑΣΤΕ ΠΡΟΣΕΚΤΙΚΑ ΤΗΝ ΕΚΦΩΝΗΣΗ ΤΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ.** ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ, Ι. ΠΑΠΑΔΑΚΗΣ.

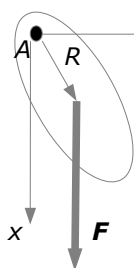
1ο Θέμα: Σωματίο μάζας m κινείται στον άξονα των x , υπό την επίδραση διατηρητικής δύναμης με δυναμική ενέργεια: $V(x)=V_0(x/b)^4$, όπου V_0 και b είναι θετικές σταθερές. **α)** Δείξτε ότι όλες οι επιτρεπτές κινήσεις του σωματιδίου είναι ταλαντώσεις γύρω από την αρχή του άξονα **(0.5)** και ότι, αν το πλάτος της ταλάντωσης είναι a , τότε: $\dot{x}=\sqrt{(2V_0/m b^4)(a^4-x^4)^{1/2}}$. **(0.5)**. **β)** Βρείτε την περίοδο της κίνησης, αν το πλάτος της ταλάντωσης είναι a (δίνεται ότι: $\int_0^1 dy/(1-y^4)^{1/2} \approx 1.31$) **(1)**.

2ο Θέμα: Θεωρήστε αποσβηνόμενο αρμονικό ταλαντωτή με εξίσωση κίνησης: $\ddot{x}+2K\dot{x}+\Omega^2x=0$, με K και Ω θετικές σταθερές, και $K<\Omega$ (μικρή απόσβεση). **α)** Βρείτε την εξίσωση κίνησης του σώματος όταν στην αρχή της κίνησης το σώμα ηρεμεί και $x=+a$ **(1.5)**. **β)** Βρείτε το πηλίκο των διαδοχικών μέγιστων απομακρύνσεων του σώματος από την αρχή των αξόνων **(0.5)**.

3ο Θέμα: Από ένα σημείο το Βόρειο ημισφαίριο της Γης, με συμπλήρωμα πλάτους θ , βάλλεται βλήμα προς νότο υπό γωνία φ ως προς τον ορίζοντα, με αρχική ταχύτητα u_0 και κατευθύνεται προς στόχο που απέχει απόσταση y (μικρή συγκριτικά με το R). Δείξτε ότι το βλήμα θα αστοχήσει, προς τη Δύση, κατά μία απόσταση ίση με $\frac{4\omega 3u_0^3 \sin^2 \varphi}{3g^2}(\cos\theta\cos\varphi+\sin\theta\sin\varphi)$, αν δεν ληφθούν υπόψη τα αποτελέσματα της δύναμης Coriolis **(2)**.

(Σημείωση: θεωρήστε ότι το βάρος του σώματος ισούται με mg).

4ο Θέμα: Έστω στερεό σώμα μάζας M που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται



από το σημείο A, όπως φαίνεται στο διπλανό σχέδιο (σύνθετο εκκρεμές). Το σώμα εκτελεί ταλάντωση υπό την επίδραση του βάρους του. Το διάνυσμα R καθορίζει τη θέση του κέντρου μάζας του σώματος από την αρχή των αξόνων, A. Έστω I η ροπή αδράνειας του σώματος ως προς στο συγκεκριμένο άξονα στροφής και E η συνολική ενέργεια της ταλάντωσης του σώματος. Υπολογίστε τις συνιστώσες της δύναμης αντίδρασης του άξονα πάνω στο σώμα ως συνάρτηση των M , R , E και I **(2)**.

5ο Θέμα: Θεωρήστε εκκρεμές μάζας m και μήκους l , το οποίο αναρτάται από σημείο A. Το σημείο A κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με επιτάχυνση a . Χρησιμοποιήστε το φορμαλισμό Lagrange για να βρείτε την εξίσωση κίνησης του εκκρεμούς **(1.5)**, και την περίοδο ταλαντώσεων στην περίπτωση που το εκκρεμές εκτελεί ταλάντωση μικρού πλάτους **(0.5)**.