

Κλασική Μηχανική Εξέταση Ιούνιος 2018

ΟΔΗΓΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: Η διάρκεια της εξέτασης είναι **3 ώρες**. Τα θέματα θα τα παραδώσετε μαζί με το γραπτό σας. Όταν παραδώσετε το γραπτό σας πρέπει να δείξετε και την ταυτότητά σας.
ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

Θέμα 1^ο (2.5 μονάδες):

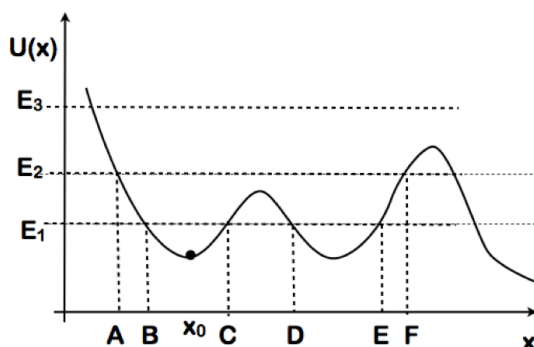
α) [0.5] Ποιες από τις παρακάτω δηλώσεις είναι σωστές για ένα υλικό σημείο που βρίσκεται στην θέση x_0 ;

A) Αν έχει ενέργεια E_1 μπορεί να κινείται μεταξύ B και E.

B) Αν έχει ενέργεια E_2 είναι περιορισμένο να κινείται μεταξύ A και F.

Γ) Αν έχει ενέργεια E_3 δεν είναι δέσμιο.

- i) όλες
- ii) καμία
- iii) μόνο η B
- iv) μόνο η Γ
- v) η A και η B
- vi) η B και η Γ
- vii) η A και η Γ



β) [0.5] Ο κυκλώνας της φωτογραφίας βρίσκεται στο βόρειο ή το νότιο ημισφαίριο; Δικαιολογείστε την απάντησή σας.



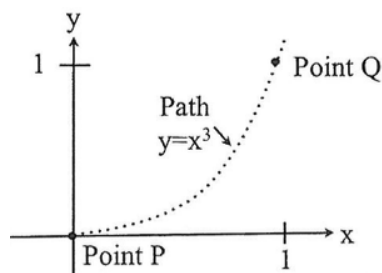
γ) [0.5] Ποιες από τις παρακάτω δηλώσεις είναι σωστές για ένα υλικό σημείο που έχει τροχιά $x(t) = bt^2$;

- i) Το σώμα δέχεται χρονοεξαρτημένη δύναμη
- ii) Το σώμα δέχεται σταθερή δύναμη
- iii) Το σώμα κινείται ελεύθερα χωρίς να δέχεται δύναμη
- iv) Το σώμα δέχεται διατηρητική δύναμη

δ) [0.5] Είναι η παρακάτω δύναμη διατηρητική; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

$$\vec{F} = ax^2y \hat{i} - axy^2 \hat{j}$$

ε) [0.5] Υπολογίστε το έργο της παραπάνω δύναμης σε υλικό σημείο που μετακινείται από το σημείο P (αρχή των αξόνων) στο σημείο Q (1,1) κατά μήκος της καμπύλης $y=x^3$ όπως φαίνεται στο σχήμα.



Θέμα 2° (2.5 μονάδες):

Υλικό σημείο μάζας m κινείται εντός πεδίου κεντρικής δύναμης:

$$V(r) = -V_0 e^{-\lambda^2 r^2}$$

Βρείτε την μέγιστη τιμή της στροφορμής J για την οποία κυκλική τροχιά είναι δυνατή. V_0 και λ θετικές σταθερές.

Θέμα 3° (2.5 μονάδες):

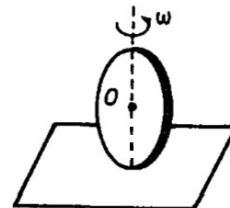
Ένα εκκρεμές αποτελείται από υλικό σημείο μάζας m αλλά αντί για νήμα έχει ελατήριο σταθεράς k και φυσικού μήκους ℓ . Υποθέστε ότι η κίνηση γίνεται μόνον στο κατακόρυφο επίπεδο.

α) Βρείτε την Λαγκραντζιανή και τις εξισώσεις κίνησης. (1.5)

β) Λύστε τις εξισώσεις κίνησης στην προσέγγιση των μικρών ταλαντώσεων γύρω από το σημείο ευσταθούς ισορροπίας; (1)

Θέμα 4° (2.5 μονάδες):

α) Ένα κέρμα περιστρέφεται κατακόρυφα σε ένα τραπέζι με αρχική γωνιακή ταχύτητα ω . Υποθέτοντας ότι παραμένει κατακόρυφα και αγνοώντας την τριβή, ποια είναι η γωνιακή ταχύτητά του μετά από χρόνο t ; (0.5)



β) Ομογενής δακτύλιος μάζας M και ακτίνας R κρέμεται στο κατακόρυφο επίπεδο στηριζόμενος στην κόψη ενός μαχαιριού σε ένα σημείο της εσωτερικής περιφέρειάς του. Βρείτε την συχνότητα των μικρών ταλαντώσεων του δακτυλίου. (2)