

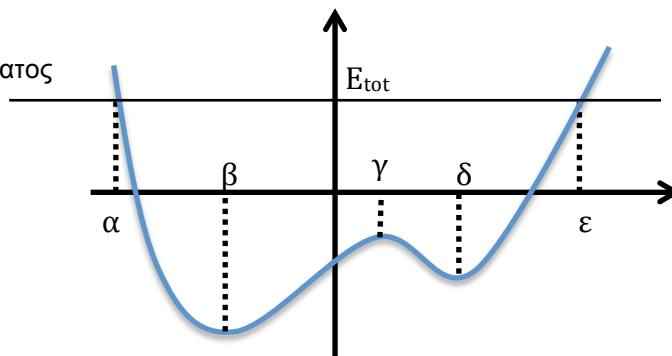
# Κλασική Μηχανική Εξέταση Ιούνιος 2016

**ΟΔΗΓΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ:** Η διάρκεια της εξέτασης είναι **3 ώρες**. Τα θέματα θα τα παραδώσετε μαζί με το γραπτό σας. Όταν παραδώσετε το γραπτό σας πρέπει να δείξετε και την ταυτότητά σας.  
ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

**Θέμα 1<sup>ο</sup> (2.5 μονάδες):**

**α) [0.5]** Υλικό σημείο εκτελεί μονοδιάστατη κίνηση. Το παρακάτω διάγραμμα δείχνει την δυναμική του ενέργεια  $U(x)$ . Η οριζόντια γραμμή δείχνει την ολική ενέργεια του υλικού σημείου  $E_{tot}$ .

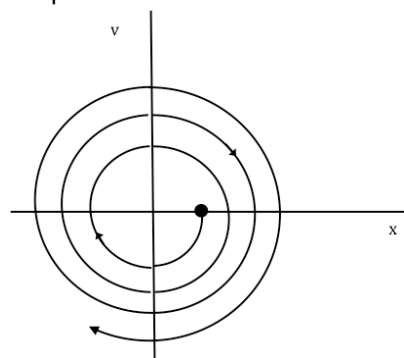
- 1) Σε ποιο(α) σημείο(α) είναι η ταχύτητα του σώματος ελάχιστη;
- 2) Ποιο(α) σημείο(α) είναι σημείο(α) ισορροπίας;
- 3) Ποιο(α) σημείο(α) είναι σημείο(α) ευσταθούς ισορροπίας;



**β) [0.5]** Ποιο(α) από τα παρακάτω είναι σωστό(α) για μία διατηρητική δύναμη  $\vec{F}(\vec{r})$  και το δυναμικό της  $U(\vec{r})$ .

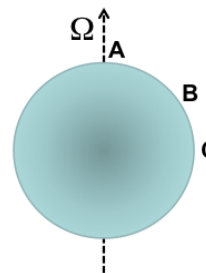
- 1)  $\vec{F}(\vec{r}) = -\nabla U(\vec{r})$
- 2) Το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα  $\oint U(\vec{r}) d\vec{r} = 0$
- 3) Το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα  $\oint \vec{F}(\vec{r}) d\vec{r} = 0$
- 4)  $\nabla \vec{F}(\vec{r}) = 0$
- 5)  $\nabla \times \vec{F}(\vec{r}) = 0$
- 6)  $\nabla U(\vec{r}) = 0$
- 7)  $\nabla \times U(\vec{r}) = 0$
- 8)  $U(\vec{r}) = \text{σταθερό}$

**γ) [0.5]** Σε τι είδους κίνηση αντιστοιχεί το διάγραμμα φάσης του σχήματος;



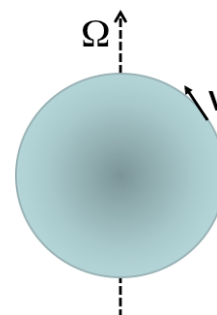
**δ) [0.5]** Πού είναι μέγιστο το βάρος που μετράς ανεβαίνοντας σε μια ζυγαριά;

- 1) Στο A
- 2) Στο B
- 3) Στο C
- 4) Είναι και στα τρία σημεία το ίδιο



**ε) [0.5]** Κανόνι σε γεωγραφικό πλάτος  $45^\circ$  βόρεια πυροβολεί με στόχο τον βόριο πόλο. Η δύναμη Coriolis δείχνει προς:

- 1) Βορά
- 2) Νότο
- 3) Ανατολή (μέσα στην σελίδα)
- 4) Δύση (έξω από την σελίδα)



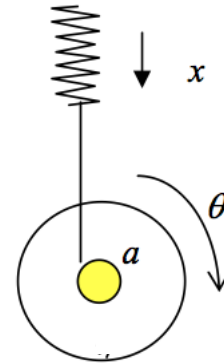
### Θέμα 2° (2.5 μονάδες):

Πάνω στην επιφάνεια λείου τραπέζιου βρίσκεται σώμα μάζας  $m$  που είναι κολλημένο σε αβαρές ελατήριο σταθεράς  $k$  και φυσικού μήκους  $r_0$ . Η άλλη άκρη του ελατηρίου είναι στερεωμένη σε σταθερό σημείο  $O$  του τραπέζιου και μπορεί να περιστρέφεται ελεύθερα γύρω από αυτό.

- α) Να γράψετε την Λαγκραντζιανή σε πολικές συντεταγμένες  $(r, \varphi)$  και να βρείτε τις διατηρήσιμες ποσότητες. (0.5)
- β) Να δείξετε ότι η ενέργεια του συστήματος μπορεί να γραφεί ως το άθροισμα δύο όρων ο ένας εκ των οποίων είναι το υποθετικό δυναμικό  $V_{\text{eff}}(r)$  και να το σχεδιάσετε. (0.5)
- γ) Υπολογίστε την ακτίνα της κυκλικής τροχιάς που μπορεί να κάνει το σώμα και να την σχεδιάσετε στο διάγραμμα του (β). (0.5)
- δ) Ποια είναι η ενέργεια που αντιστοιχεί σε κυκλική κίνηση; (0.5)
- ε) Ποια η συχνότητα των μικρών ακτινικών ταλαντώσεων αν διαταράξουμε ελαφρά την κυκλική τροχιά του σώματος; (0.5)

### Θέμα 3° (2.5 μονάδες):

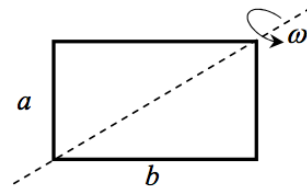
Ένα yo-yo μάζας  $m$  ξετυλίγεται προς τα κάτω λόγω βαρύτητας. Το άκρο του νήματος του είναι συνδεδεμένο με ένα ελατήριο αμεληταίας μάζας και σταθεράς  $k$ . Η ακτίνα του εσωτερικού κυλίνδρου του yo-yo είναι  $a$  και  $x$  είναι η έκταση του ελατηρίου από το φυσικό του μήκος. Η ροπή αδράνειας του yo-yo γύρω από τον άξονά του είναι  $I$ .



- α) Γράψτε την Λαγκραντζιανή και τις εξισώσεις κίνησης του yo-yo για γενικευμένες συντεταγμένες τα  $x$  και  $\theta$  (βλέπε σχήμα). (1.5)
- β) Βρείτε την συχνότητα των ταλαντώσεων του ελατηρίου όσο το yo-yo ξετυλίγεται. (0.5)
- γ) Λύστε την διαφορική εξίσωση για το  $x$  που βρήκατε στο (β) στο όριο ( $ma^2 \ll I$ ) και αρχικές συνθήκες  $x(0)=0, v_x(0)=0$ . (0.5)

### Θέμα 4° (2.5 μονάδες):

Ομογενής πόρτα μάζας  $m$ , ύψους  $a$ , πλάτους  $b$  ( $b > a$ ) και αμεληταίου πάχους, περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  γύρω από την διαγώνιο όπως φαίνεται στο σχήμα. Αγνοώντας την βαρύτητα βρείτε:



- α) τους κύριους άξονες και της αντίστοιχες ροπές αδράνειας. (1)
- β) το διάνυσμα της στροφορμής στο σύστημα του σώματος. (0.5)
- γ) την εξωτερική ροπή που απαιτείται ώστε η πόρτα να περιστρέφεται με αυτόν τον τρόπο. (1)