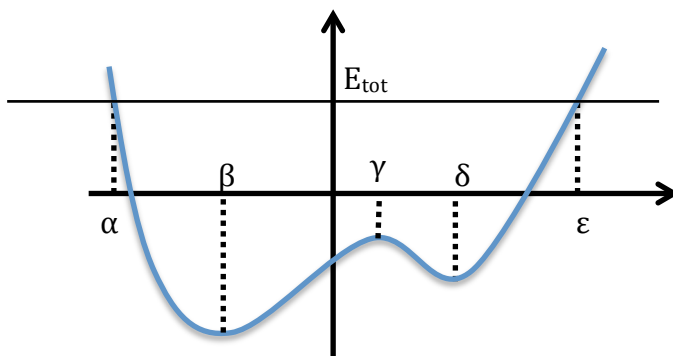


Κλασική Μηχανική Εξέταση Ιούνιος 2015

ΟΔΗΓΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: Η διάρκεια της εξέτασης είναι **3 ώρες**. Τα θέματα θα τα παραδώσετε μαζί με το γραπτό σας. Όταν παραδώσετε το γραπτό σας πρέπει να δείξετε και την ταυτότητά σας.
ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

Θέμα 1^ο (2.5 μονάδες):

α) [0.5] Υλικό σημείο εκτελεί μονοδιάστατη κίνηση. Το παρακάτω διάγραμμα δείχνει την δυναμική του ενέργεια $U(x)$. Η οριζόντια γραμμή δείχνει την ολική ενέργεια του υλικού σημείου E_{tot} .

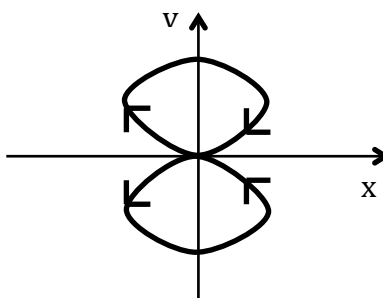


- 1) Σε ποιο(α) σημείο(α) είναι η ταχύτητα του σώματος ελάχιστη;
- 2) Ποιο(α) σημείο(α) είναι σημείο(α) ισορροπίας;
- 3) Ποιο(α) σημείο(α) είναι σημείο(α) ευσταθούς ισορροπίας;

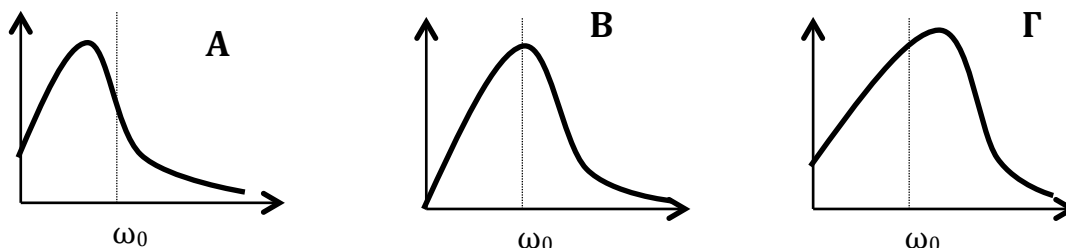
β) [0.5] Ποιο(α) από τα παρακάτω είναι σωστό(α) για μία διατηρητική δύναμη $\vec{F}(\vec{r})$ και το δυναμικό της $U(\vec{r})$.

- 1) $\vec{F}(\vec{r}) = -\nabla U(\vec{r})$
- 2) Το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $\oint U(\vec{r}) d\vec{r} = 0$
- 3) Το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $\oint \vec{F}(\vec{r}) d\vec{r} = 0$
- 4) $\nabla \vec{F}(\vec{r}) = 0$
- 5) $\nabla \times \vec{F}(\vec{r}) = 0$
- 6) $\nabla U(\vec{r}) = 0$
- 7) $\nabla \times U(\vec{r}) = 0$
- 8) $U(\vec{r}) = \text{σταθερό}$

γ) [0.5] Σε τι είδους κίνηση αντιστοιχεί το διάγραμμα φάσης του σχήματος;



δ) [0.5] Ποιο από τα διαγράμματα αναπαριστά το πλάτος εξαναγκασμένου ταλαντωτή φυσικής συχνότητας ω_0 και συντελεστή απόσβεσης β σαν συνάρτηση της συχνότητας του διεγέρτη;



ε) [0.5] Σε ποιο σημείο της Γης είναι το βάρος σας μέγιστο; Γιατί;

Θέμα 2° (2.5 μονάδες):

Η ενεργός δυναμική ενέργεια που αντιστοιχεί σε ακτινική κίνηση σημειακής μάζας m εντός πεδίου κεντρικής δύναμης είναι:

$$U_{eff}(r) = \frac{L^2}{2mr^2} + Cr^3, \text{ όπου } L \text{ η στροφορμή και } C \text{ μια θετική σταθερά.}$$

α) Κάντε το διάγραμμα της ενεργού δυναμικής ενέργειας. **(0.5)**

β) Βρείτε την δύναμη που ασκείται στο σώμα. Είναι ελκτική ή απωστική; **(0.5)**

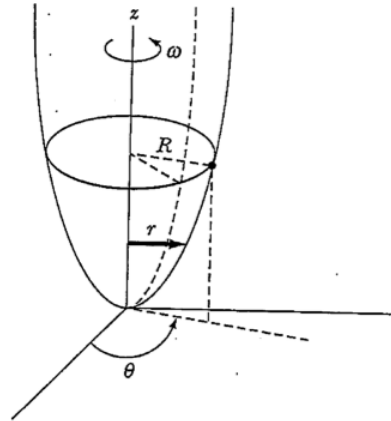
γ) Ποια είναι η ακτίνα της κυκλικής κίνησης που μπορεί να κάνει το σώμα σε αυτό το πεδίο δύναμης; Να την σχεδιάσετε στο διάγραμμα του (α). **(0.5)**

δ) Ποια είναι η ενέργεια που αντιστοιχεί σε κυκλική κίνηση; **(0.5)**

ε) Ποια η συχνότητα των μικρών ακτινικών ταλαντώσεων αν διαταράξουμε ελαφρά την κυκλική τροχιά του σώματος; **(0.5)**

Θέμα 3° (2.5 μονάδες):

Μια χάντρα μάζας m ολισθαίνει χωρίς τριβή κατά μήκος ενός σύρματος που έχει το σχήμα παραβολής: $z=cr^2$. Το σύρμα περιστρέφεται γύρω από τον άξονα συμμετρίας του (όπως φαίνεται στο σχήμα) με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω .

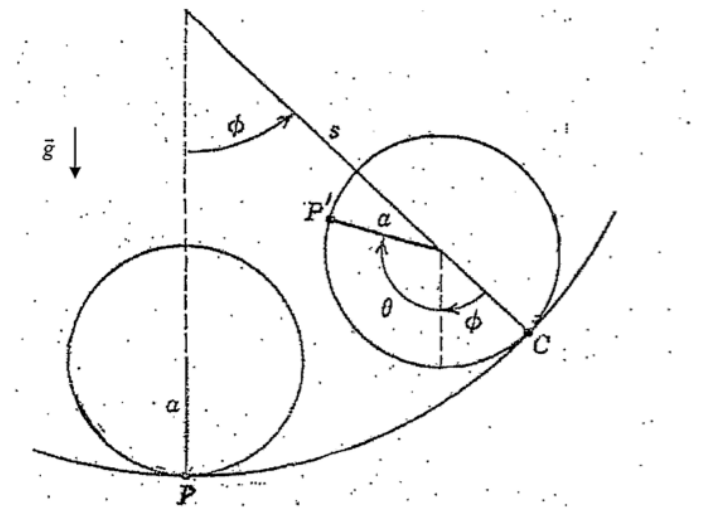


α) Γράψτε την Λανγκραντζιανή και τις εξισώσεις κίνησης του συστήματος. **(1.5)**

β) Βρείτε την τιμή του c για την οποία η χάντρα κάνει κυκλική κίνηση σταθερής ακτίνας R . **(1)**

Θέμα 4° (2.5 μονάδες):

Ομογενής σφαίρα μάζας M , ακτίνας a και ροπής αδράνειας γύρω από το κέντρο μάζας της $I=(2/5)Ma^2$ κυλάει χωρίς να ολισθαίνει στο εσωτερικό κυλίνδρου ακτίνας s (βλ. σχήμα). Η κίνηση είναι περιορισμένη στο επίπεδο του σχήματος και μια χάντρα μάζας m ολισθαίνει χωρίς το σύστημα βρίσκεται εντός πεδίου βαρύτητας g . Η γωνία ϕ με ακμή το κέντρο του κύκλου με ακτίνα s δίνει την θέση του κέντρου μάζας της σφαίρας. Η σφαίρα περιστρέφεται κατά γωνία θ όταν το κέντρο μάζας της γράφει γωνία ϕ και το σημείο P μετακινείται στην θέση P' .



α) Γράψτε την Λανγκραντζιανή και την εξίσωση κίνησης του συστήματος για την γωνία ϕ . **(1)**

β) Βρείτε την συχνότητα των μικρών ταλαντώσεων για μικρές γωνίες ϕ . **(1)**

γ) Βρείτε την παραπάνω συχνότητα στο όριο $a \ll s$. Πως συγκρίνεται με την συχνότητα του μαθηματικού εκκρεμούς; **(0.5)**