

Κλασική Μηχανική Τελική Εξέταση Ιούνιος 2014

ΟΔΗΓΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ:

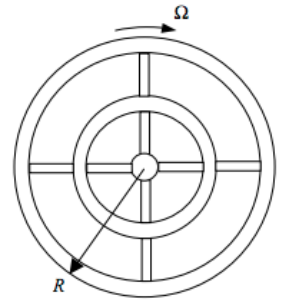
Η διάρκεια της εξέτασης είναι 3 ώρες. Τα θέματα θα τα παραδώσετε μαζί με το γραπτό σας (θα αναρτηθούν στο διαδίκτυο).

Όταν παραδώσετε το γραπτό σας πρέπει να δείξετε και την ταυτότητά σας.

Όποιος περιμένει να αποφοιτήσει τον Ιούλιο να το γράψει με εμφανή τρόπο στο γραπτό του! ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ, Κ. Τάσσης.

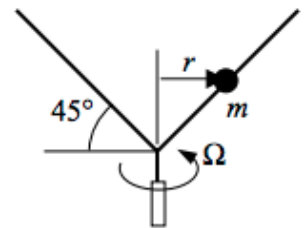
Θέμα 1° (2 μονάδες):

Μια προτεινόμενη λύση για το πρόβλημα της έλλειψης βαρύτητας στο διάστημα είναι η κατασκευή περιστρεφόμενου διαστημικού σταθμού (π.χ.: όπως στο σχήμα). α) Πόσο γρήγορα πρέπει να περιστρέφεται ο σταθμός ώστε αστροναύτης να νοιώθει φυσιολογική βαρύτητα ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$) όταν βρίσκεται στον εξωτερικό δακτύλιο που έχει ακτίνα $R = 100 \text{ m}$; (1) β) Πόσο μεταβάλλεται το βάρος του αστροναύτη όταν αρχίσει να τρέχει με ταχύτητα 3 m/s κατά μήκος του εξωτερικού δακτυλίου με φορά *αντίθετη* της περιστροφής του σταθμού; (1)



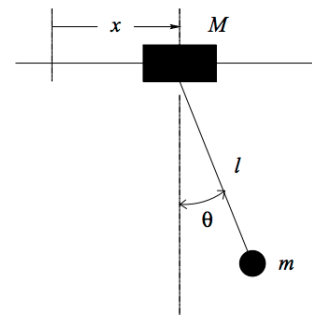
Θέμα 2° (3 μονάδες):

Αβαρές σύρμα σε σχήμα Y έχει δύο σκέλη σε γωνία 45° με την οριζόντια διεύθυνση και περιστρέφεται γύρω από τον κατακόρυφο άξονα με σταθερή γωνιακή ταχύτητα Ω . Μικρή χάντρα μάζας m μπορεί να κινείται μόνο κατά μήκος ενός σκέλους του σύρματος όπως στο σχήμα. α) Βρείτε την Χαμιλτονιανή του συστήματος και την γενικευμένη ορμή. (1) β) Δείξτε ότι το πρόβλημα μπορεί να απλουστευτεί και να γραφεί σαν ένα πρόβλημα κεντρικής δύναμης για το οποίο να βρείτε και να σχεδιάσετε την ενεργό δυναμική ενέργεια. (1) γ) Βρείτε την ακτίνα ισορροπίας της χάντρας. (1)



Θέμα 3° (2.5 μονάδες):

Εκκρεμές αποτελείται από βάρος μάζας m που κρέμεται από αβαρή ράβδο μήκους l η οποία στο άλλο άκρο της είναι καρφωμένη σε σώμα μάζας M που κινείται χωρίς τριβές κατά μήκος οριζόντιας γραμμής, όπως φαίνεται στο σχήμα. α) Να γράψετε τις εξισώσεις Euler-Lagrange που περιγράφουν την κίνηση του συστήματος. (1.5) β) Θεωρήστε μικρές ταλαντώσεις (χ, θ μικρά) γύρω από το σημείο ισορροπίας. Γραμμικοποιείστε τις εξισώσεις Euler-Lagrange (κρατάτε μόνο όρους πρώτου βαθμού) και βρείτε την συχνότητα των μικρών ταλαντώσεων του εκκρεμούς. (1)



Θέμα 4° (2.5 μονάδες):

Ημικυκλικό σώμα μάζας M και ακτίνας R περιστρέφεται γύρω από κάθετο άξονα που περνά από το σημείο Q. Το κέντρο μάζας του CM απέχει απόσταση a από το σημείο Q. Δίνεται η ροπή αδράνειας ως προς κάθετο άξονα που περνά από το κέντρο μάζας I_{CM} . α) Γράψτε την εξίσωση Euler-Lagrange που περιγράφει την κίνηση του σώματος. (2) β) Βρείτε την συχνότητα των μικρών ταλαντώσεων. (0.5)

